

1. Записать конспект в тетрадь
2. Записать примеры задач

## Законы Кирхгофа

**Ветвь** – это участок цепи, по которому проходит один и тот же ток и, который состоит из последовательно соединённых элементов – резисторов, источников электроэнергии и т.п.

**Узел** – это место соединения трёх и более ветвей

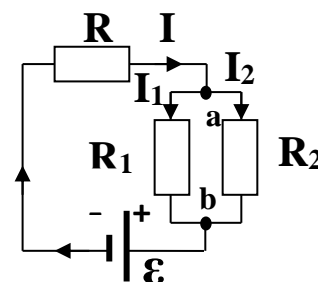
**Контур цепи** – это любой замкнутый путь, который можно обойти, перемещаясь по нескольким её ветвям.

Первый закон Кирхгофа относится к узлам электрической цепи.

1 закон: алгебраическая сумма токов в любом узле равна нулю.

$$\sum I = 0$$

На рисунке  $I - I_1 - I_2 = 0$  или  $I = I_1 + I_2$



Второй закон Кирхгофа характеризует равновесие в замкнутых контурах электрической цепи.

2 закон: в любом замкнутом электрическом контуре алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме напряжений на резисторах, входящих в этот контур, иными словами, в любом замкнутом электрическом контуре сумма всех падений напряжений равна сумме всех ЭДС в нём.

$$\sum \mathcal{E} = \sum I \cdot R$$

### Алгоритм:

1. Начертить схему, указав произвольно направление токов.
2. Число узлов -  $m$ . Составим  $m - 1$  уравнений 1 закона Кирхгофа.
3. Число ветвей -  $n$ . Составим  $n - (m - 1)$  уравнений 2 закона Кирхгофа.
4. Решить систему уравнений.

### Указания к решению:

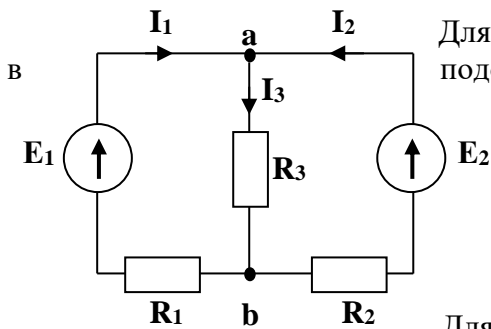
1. Положительными считают токи, совпадающие с произвольно выбранным направлением обхода контура, отрицательными – направленные противоположно.
2. ЭДС считают положительной, если она повышает потенциал в направлении обхода контура. (- → +)
3. Если в ответе сила тока отрицательна, то в действительности ток направлен противоположно выбранному.
4. Если в ответе сопротивление отрицательно – задача решена не верно.

### Пример:

Два элемента с ЭДС 1,9 В и 1,1 В и внутренними сопротивлениями 0,8 Ом, 0,1 Ом соответственно замкнуты параллельно на сопротивление 10 Ом. Определить силу тока на внешнем участке цепи.

<b>Дано:</b> $\varepsilon_1 = 1,9 \text{ В}$ $\varepsilon_2 = 1,1 \text{ В}$ $r_1 = 0,8 \text{ Ом}$ $r_2 = 0,1 \text{ Ом}$ $R = 10 \text{ Ом}$	<b>Решение:</b> Для узла В $I = I_1 + I_2$ Для контура АВКЛСД $I_1 \cdot r_1 + I \cdot R = \varepsilon_1$ Для контура ВКЛС $I_2 \cdot r_2 + I \cdot R = \varepsilon_2$	$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{\varepsilon_1 - I \cdot R}{r_1} \\ I_2 &= \frac{\varepsilon_2 - I \cdot R}{r_2} \end{aligned} \right\}$ $I = \frac{\varepsilon_1 \cdot r_2 + \varepsilon_2 \cdot r_1}{r_1 \cdot r_2 + R \cdot (r_1 + r_2)}$ $I = \frac{1,9 \cdot 0,1 + 1,1 \cdot 0,8}{0,1 \cdot 0,8 + 10 \cdot (0,1 + 0,8)} = \frac{0,19 + 0,88}{0,08 + 9} \approx 0,12 \text{ А}$
<b>И-?</b>		

Возьмём следующую цепь:



Для составления уравнений двух законов Кирхгофа при расчёте токов подобной цепи сначала произвольно размечаем направление токов в ней. Затем при составлении уравнений для узлов следует иметь в виду, что число независимых уравнений будет на 1 меньше числа узлов  $m$ , т.е. число этих уравнений будет  $m - 1$ .

Для узла а:  $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$   
 Для узла б:  $-I_3 + I_1 + I_2 = 0,$

Т.е. второе уравнение содержит те же токи, что и первое уравнение и будет лишним. При составлении уравнений на основании второго закона Кирхгофа надо так выбрать контуры обхода, чтобы в каждый последующий контур входило не менее одной ветви, не включённой в ранее обойдённые контуры. Число ветвей  $n$  равно числу неизвестных токов. Для определения этих  $k$  токов уже составлено на основании первого закона Кирхгофа  $(m - 1)$  уравнений. Следовательно, для расчёта токов согласно второму закону Кирхгофа нужно составить ещё  $n - m + 1$  уравнений.

Для нашей схемы, где  $n = 3$ , а  $m = 2$ , число уравнений второго закона Кирхгофа будет  $n - m + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$ . Эти уравнения будут:

$\varepsilon_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3$   
 $\varepsilon_2 = I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$

(третий контур в этой цепи содержит ветви, уже вошедшие в первые 2 контура, поэтому уравнение  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2$  будет для расчётов ненужным).

Таким образом, чтобы определить  $n$  неизвестных токов, составляют  $n$  уравнений, которые решают совместно. Если при решении окажется, что значение каких-либо токов отрицательно, то из этого следует, что действительное направление токов противоположно принятому в начале расчёта.

## Пример № 1.

Возьмём цепь, состоящую из двух параллельных источников, замкнутых на сопротивление.

Дано:

$$E_1 = E_2 = 120 \text{ В}$$

$$r_1 = 3 \text{ Ом}$$

$$r_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$R = 18 \text{ Ом}$$

Найти:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$ .

Т.к. число неизвестных токов 3, то необходимо составить 3 уравнения. По первому закону Кирхгофа:  $I = I_1 + I_2$

Второе уравнение напишем при обходе контура, состоящего из первого источника и сопротивления нагрузки.

$$E_1 = I_1 \cdot r_1 + I \cdot R$$

Аналогично запишем третье уравнение:

$$E_2 = I_2 \cdot r_2 + I \cdot R$$

Получим систему уравнений:

$$I = I_1 + I_2$$

$$E_1 = I_1 \cdot r_1 + I \cdot R$$

$$E_2 = I_2 \cdot r_2 + I \cdot R$$

Подставим числовые значения:

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$120 = 3 \cdot I_1 + 18 \cdot I \quad (2)$$

$$120 = 6 \cdot I_2 + 18 \cdot I \quad (3)$$

Вычтем из второго уравнения третье, получим  $0 = 3 \cdot I_1 - 6 \cdot I_2$ , откуда  $2 \cdot I_2 = I_1$ , тогда из первого уравнения:  $I = 2 \cdot I_2 + I_2 = 3 \cdot I_2$

Подставим во второе уравнение:  $120 = 6 \cdot I_2 + 18 \cdot 3 \cdot I_2 = 60 \cdot I_2$ , откуда

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

$$I_1 = 4 \text{ А}$$

$$I = 6 \text{ А.}$$

**Решим эту же задачу, взяв другие контура.**

$$I = I_1 + I_2$$

$$E_1 - E_2 = I_1 \cdot r_1 - I_2 \cdot r_2$$

$$E_2 = I_2 \cdot r_2 + I \cdot R$$

Подставим числовые значения.

$$I = I_1 + I_2$$

$$120 - 120 = 3 \cdot I_1 - 6 \cdot I_2$$

$$120 = 6 \cdot I_2 + 18 \cdot I$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$3 \cdot I_1 - 6 \cdot I_2 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = 2 \cdot I_2 \quad (2)$$

$$18 \cdot I + 6 \cdot I_2 = 120$$

$$3 \cdot I + I_2 = 20 \quad (3)$$

Подставим (2) в (1), получим:

$$I = 2 \cdot I_2 + I_2 = 3 \cdot I_2,$$

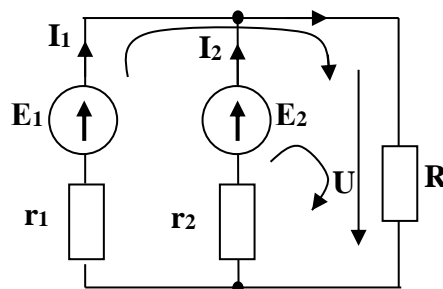
теперь подставим значение  $I$  в (3):  $3 \cdot 3 \cdot I_2 + I_2 = 20 \Rightarrow 10 \cdot I_2 = 20$ , откуда

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

$$I_1 = 4 \text{ А}$$

$$I = 6 \text{ А}$$

Получили те же ответы.



## Пример № 2.

Дано:  $E_1 = 110 \text{ В}$ ,  $E_2 = 60 \text{ В}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ . Определить:  $I_3$

Составим уравнения:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$E_1 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3$$

$$E_2 = I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$110 = 10 \cdot I_1 + 20 \cdot I_3$$

$$60 = 5 \cdot I_2 - 20 \cdot I_3$$

Сложим второе и третье уравнения, получим

$$170 = 10 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 \text{ или, поделив на 5: } 34 = 2 \cdot I_1 + I_2, \text{ откуда}$$

$I_2 = 34 - 2 \cdot I_1$  (\*), подставив (\*) в первое уравнение, получим:

$$I_1 = 34 - 2I_1 + I_3, \text{ откуда } I_3 = 3 \cdot I_1 - 34.$$

Подставим значения  $I_2$  и  $I_3$ , выраженные через  $I_1$  в третье уравнение:

$$60 = 5 \cdot (34 - 2 \cdot I_1) - 20 \cdot (3 \cdot I_1 - 34)$$

$$60 = 170 - 10 \cdot I_1 - 60 \cdot I_1 + 680$$

$$60 - 170 - 680 = -10 \cdot I_1 - 60 \cdot I_1, \text{ умножим на } -1$$

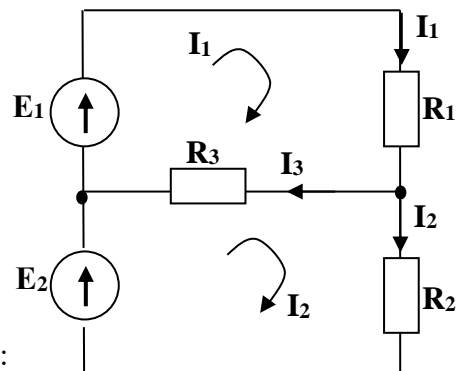
$$680 + 170 - 60 = 70 \cdot I_1$$

$$790 = 70 \cdot I_1$$

$$I_1 = 11,286 \text{ А}$$

$$I_3 = 3I_1 - 34 = 11,286 \cdot 3 - 34 = -0,14 \text{ А.}$$

Как видим,  $I_3$  имеет отрицательное значение. Значит на самом деле направление тока  $I_3$  противоположное, чем на нашей схеме.



## Пример № 3.

Дано:  $R = 2 \text{ Ом}$ ,  $E = 15 \text{ В}$ . Определить:  $I_1, I_2, I_3$ .

Составим уравнения:

$$E + E = I_1 \cdot R + I_1 \cdot R - I_2 \cdot R$$

$$-E - E = I_2 \cdot R - I_3 \cdot R$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$30 = 4 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 \quad (1)$$

$$-30 = 2 \cdot I_2 - 2 \cdot I_3 \quad (2)$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (3)$$

Сложим (1) и (2):

$$0 = 4 \cdot I_1 - 2 \cdot I_3, \text{ откуда}$$

$$I_3 = 2 \cdot I_1 \text{ (*)}$$

Подставим (\*) во второе уравнение:

$$-30 = 2 \cdot I_2 - 4 \cdot I_1$$

$$2 \cdot I_2 = -30 + 4 \cdot I_1$$

$$I_2 = 2 \cdot I_1 - 15 \text{ (**)}$$

Подставим (\*) и (\*\*) в (3):

$$I_1 + (2 \cdot I_1 - 15) + 2 \cdot I_1 = 0$$

$$I_1 + 2 \cdot I_1 - 15 + 2 \cdot I_1 = 0 \quad 5 \cdot I_1 = 15;$$

$$I_1 = 15 / 5 = 3 \text{ А}$$

$$I_3 = 6 \text{ А}; \quad I_2 = -9 \text{ А.}$$

