Уважаемые обучающиеся 7 группы!

Читайте внимательно!

18.05 экзамен по математике!

В день экзамена задания будут доступны в 9.00 и исчезнут в 13.00.Все это время вы решаете. Вы должны отправить работы до 13.00. Максимум до 14.00. После этого времени работы не проверяются, т.е. вы считаетесь не сдавшими экзамен.

Перед экзаменом (в субботу) будет консультация.

Допущены будут только те, у кого не будет задолженностей по предмету (сюда входят долги до электронного обучения и во время электронного обучения). Фамилии должников, и что сделать для устранения я писала в предыдущих занятиях. До дня консультации я проверяю ваши работы и делаю вывод кого допускать, а кто должен будет доработать и возможно экзамен сдавать с комиссией осенью. Все зависит от вас, как вы сейчас постараетесь! Желаю вам удачи! Хотелось бы видеть всех на экзамене!

На файле, который вы отправляете и в электронной почте, **в графе тема**, подписывайте **№ группы и фамилию**, чтобы было видно из какой группы и от кого пришло.

Выполнив задание, отправьте на электронный адрес для проверки cil@apt29.ru, сохраните записи в тетради для сдачи.

Это занятие рассчитано на две пары.

Сегодня мы будем повторять темы **«Тригонометрия. Тригонометрические уравнения»** (экзаменационное задание №4 и экзаменационное задание №9). Все задания взяты из сборника *(Дорофеев Г.В. сборник заданий для проведения письменного экзамена за курс средней школы 11 класс).* Повторите теоретический материал по этим темам, посмотрите, как мы с вами решали задания в классе. Из всех заданий №4 и №9 по одному примеру будут выбраны на экзамене. Перечень заданий №4 и №9 ниже я вам предоставляю. Можете решать все. Готовьтесь к экзамену!

Итак, что от вас требуется к **суббботе 16.05**

1. В задании №4 **всем** решить №3; №14; №23
   Вам предложен справочный материал и образцы решения.

   Задание №9 выборочные задания для ознакомления по данной теме. Задание №9 содержит и другие темы.

Вы можете все образцы решений с заданиями переписать в тетрадь для себя. Для проверки обязательные номера выделяйте, чтоб они не сливались с переписанными.

Не забываем про требования по оформлению работы!!!

Выполните задание в рабочей тетради.

Подпишите дату, **тему занятия** и фамилию обязательно, чтобы было видно, что это ваша тетрадь.

15.05. Ф.И., № группы

Тема занятия: **«Тригонометрия. Тригонометрические уравнения».**

задание №4

№3; №14; №23

Справочный материал

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ АРГУМЕНТА

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$
$\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$	$1 + \operatorname{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$	$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

Формулы приведения

β	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
$\sin\beta$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
$\cos\beta$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
$\operatorname{tg}\beta$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg}\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$

Образец решения:

Примеры с применением основных тригонометрических формул.

1) Доказать тождество $(\operatorname{tg}^2 t - \sin^2 t) \cdot \operatorname{ctg}^2 t = \sin^2 t$.

см. дальше

Доказательство.

$(\operatorname{tg}^2 t - \sin^2 t) \cdot \operatorname{ctg}^2 t = \operatorname{tg}^2 t \cdot \operatorname{ctg}^2 t - \sin^2 t \cdot \operatorname{ctg}^2 t =$

$= 1 - \sin^2 t \cdot \operatorname{ctg}^2 t = 1 - \sin^2 t \cdot \dfrac{(\cos t)^2}{(\sin t)^2} = 1 - \cos^2 t =$

$= \sin^2 t.$

$\operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1,$ при $t \neq \dfrac{\pi k}{2}$, $k \in Z$

$\operatorname{ctg} t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$, при $t \neq \pi k, k \in Z$

$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

2)

Пример 2.

$\cos\alpha = \frac{4}{5}, \quad 0 < \alpha < \frac{2}{\pi}$

Найти $\sin\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$ и $\mathrm{ctg}\,\alpha$.

Решение.
Сначала определимся со знаками.
Угол находится в первой четверти -
значит, все значения будут со знаком плюс.
1) Ищем синус по формуле $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \mathbf{\frac{9}{25}}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{9}{25}} = \mathbf{\frac{3}{5}}$$

2) $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \mathbf{\frac{3}{4}}$

3) $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{4}{5} : \frac{3}{5} = \frac{4}{3} = \mathbf{1\frac{1}{3}}$

3)

Решение тригонометрических выражений.

Упростим выражения:

1) $\mathbf{1 - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\mathrm{ctg}\,\alpha}} = 1 - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha : \sin\alpha} = 1 - \sin\alpha\cancel{\cos\alpha}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cancel{\cos\alpha}} = 1 - \sin^2\alpha = \mathbf{\cos^2\alpha}$

2) $\mathbf{\frac{\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\alpha - \cos^2\alpha}{2\sin\alpha}} = \frac{\frac{\cancel{\sin\alpha}}{\cancel{\cos\alpha}}\cdot\frac{\cancel{\cos\alpha}}{\cancel{\sin\alpha}} - \cos^2\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{1-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{\sin^2\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{2} = \mathbf{\frac{1}{2}\sin\alpha}$

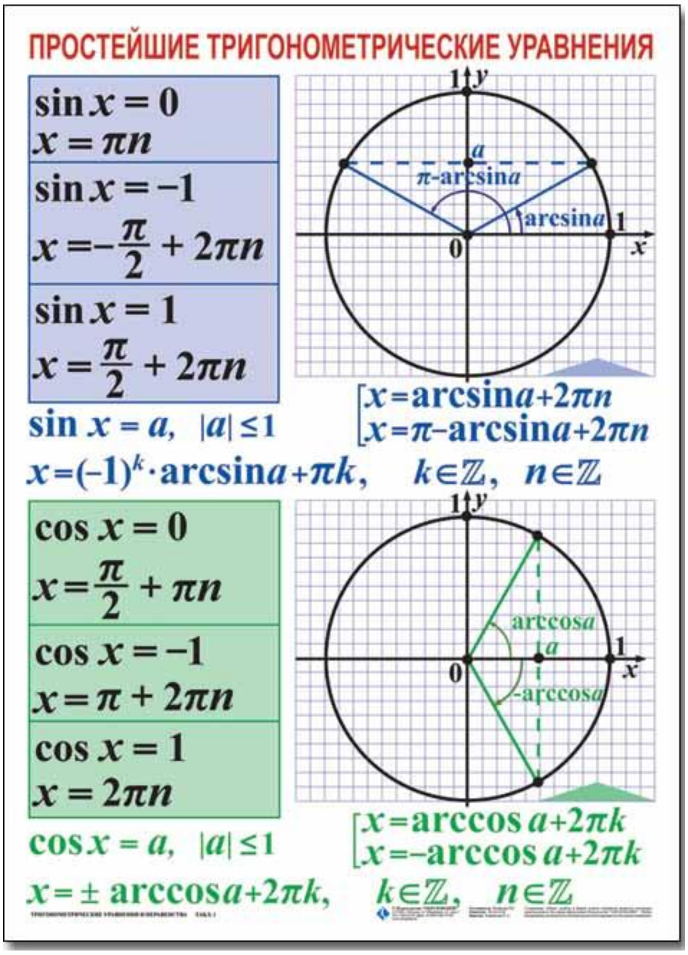
Преобразуем выражения:

1) $\mathbf{\mathrm{ctg}\,\alpha - \frac{\cos\alpha - 1}{\sin\alpha}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\cos\alpha - 1}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha - (\cos\alpha - 1)}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha - \cos\alpha + 1}{\sin\alpha} = \mathbf{\frac{1}{\sin\alpha}}.$

2) $\mathbf{\frac{\sin^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha - 1}} + \mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\sin^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha - 1} + \frac{\cancel{\sin\alpha}}{\cancel{\cos\alpha}}\cdot\frac{\cancel{\cos\alpha}}{\cancel{\sin\alpha}} = \frac{\sin^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha - 1} + 1 = \frac{\sin^2\alpha - 1 + \cos^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha - 1} =$

$= \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 1 - 1}{\cos^2\alpha - 1} = \frac{1 - 1 - 1}{\cos^2\alpha - 1} = \frac{-1}{\cos^2\alpha - 1} = \frac{-1}{-1 + \cos^2\alpha} = \frac{-1}{-(1 - \cos^2\alpha)} = \frac{-1}{-\sin^2\alpha} = \mathbf{\frac{1}{\sin^2\alpha}}$

Справочный материал



Образец решения:

Решить уравнения:

Решить уравнение $cos\ t = \frac{2}{5}$. Решение: $\frac{2}{5} \in [-1, 1]$, $t = \pm arccos\frac{2}{5} + 2\pi k, k \in Z$. Ответ: $t = \pm arccos\frac{2}{5} + 2\pi k, k \in Z$.	$2\cos x = 1$ $\cos x = \frac{1}{2}$ $x = \pm\arccos\frac{1}{2} + 2\pi k, k \in Z$ $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$
$\cos 2x = 0$ $2x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$ $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2},\ \ k \in Z.$	$2\cos 2x - 1 = 0$ $\cos 2x = \frac{1}{2}$ $2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ \ n \in Z$ $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n,\ \ n \in Z$

$\cos x + \sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\pi - x) = 0, x \in R$ $\cos x + \cos x - \cos x = 0$ $\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $Ответ: x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$	$а)\ \cos x = \frac{1}{2}, \quad x = \pm\arccos\frac{1}{2} + 2\pi k,\ k \in Z,$ $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z.$ $б)\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x = \pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k,\ k \in Z.$ $x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k,\ k \in Z, \quad x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z.$ $в)\ \cos x = \frac{2}{3}, \quad x = \pm\arccos\frac{2}{3} + 2\pi k,\ k \in Z.$ $г)\ \cos x = 3,$ *нет решений, т.к.* $3 > 1$

Тема «Решение тригонометрических уравнений».

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным.

Пример № 1. Решить уравнение $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$.

Пусть $\sin x = y$, тогда получим уравнение $y^2 + y - 2 = 0$. Решив уравнение, получим $y_1 = 1$ и $y_2 = -2$.

$\sin x = 1$ $\qquad$ $\sin x = -2$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$, $\qquad$ корней нет, т.к. $\sin x \in [-1; 1]$.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.

Пример № 2. Решить уравнение $2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0$. Т. к. $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, то получим уравнение $2(1 - \sin^2 x) - 5\sin x + 1 = 0$,

$2\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$. (см Пример №1.)

Пусть $\sin x = y$, тогда получим уравнение $2y^2 - 5y + 1 = 0$. $y_1 = -3$ и $y_2 = \frac{1}{2}$.

$\sin x = -3$ $\qquad$ $\sin x = \frac{1}{2}$,

корней нет, т. к. $|\sin x| \leq 1$. $\qquad$ $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z$.

$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$.

см. дальше

Экзаменационные задания.

Задание №4

Тригонометрия

1.Решите уравнение: $\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0.$ 2.Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right).$ 3.Решите уравнение: $\sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{3}.$ 4.Решите уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos\frac{\pi}{6}.$ 5.Решите уравнение: $7\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 5\sin x + 1 = 0.$ 6.Решите уравнение: $\sin(\pi + x) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right).$ 7.Решите уравнение: $\sin x + \sin(\pi + x) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1.$ 8.Решите уравнение: $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2\sin x + 1.$ 9.Решите уравнение: $\sin(-x) = \cos\pi.$ 10.Решите уравнение: $\cos(-x) = \cos\frac{\pi}{3}.$ 11.Решите уравнение: $\sin x + \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1.$ 12.Решите уравнение: $\cos(-x) = \sin\frac{\pi}{2}.$ 13.Решите уравнение:	14.Докажите тождество: $\sin^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}.$ 15.Докажите тождество: $\sin^2\alpha + \mathrm{tg}^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}.$ 16.Докажите тождество: $\frac{1}{1 + \mathrm{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 + \mathrm{ctg}^2\alpha} = 1.$ 17.Докажите тождество: $\frac{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}{1 + \mathrm{ctg}^2\alpha} = \mathrm{tg}^2\alpha.$ 18.Докажите тождество: $\frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha}.$ 19.Докажите тождество: $\frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} = \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha}.$ 20.Найдите *sin x*, если $\cos x = 0{,}6,\ 0 < x < \frac{\pi}{2}.$ 21.Найдите *sin x*, если $\cos x = -\frac{3}{5},\ \frac{\pi}{2} < x < \pi.$ 22.Найдите *cos x*, если $\sin x = -0{,}8,\ -\frac{\pi}{2} < x < 0.$ 23.Найдите *cos x*, если $\sin x = \frac{4}{5},\ \frac{\pi}{2} < x < \pi.$ 24.Найдите *cos x*, если

$\cos x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0.$	$\sin x = -\frac{15}{17}, \pi < x < \frac{3\pi}{2}.$

Задание № 9

Тригонометрические уравнения

1. Решите уравнение
   $$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0.$$
2. Решите уравнение
   $$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$
3. Решите уравнение
   $$\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0$$
4. Решите уравнение
   $$2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0$$
5. Решите уравнение
   $$5 - 4\sin^2 x = 4\cos x$$
6. Решите уравнение
   $$2\sin^2 x + 5\cos x = 4$$