

Уважаемые обучающиеся 1;9 группы!

Через неделю у вас экзамен по математике!

Допущены будут только те, у кого не будет задолженностей по предмету.

Экзамен вы будете сдавать так же, как сейчас проходит обучение (в день экзамена в расписании на сайте будет выложено задание).

В день экзамена задания будут доступны в 9.00 и исчезнут в 13.00. Все это время вы решаете. Вы должны отправить работы до 13.00. Максимум до 14.00. После этого времени работы не проверяются, т.е. вы считаетесь не сдавшими экзамен.

На файле, который вы отправляете и в электронной почте, в графе тема, подписывайте № группы и фамилию, чтобы было видно из какой группы и от кого пришло.

Выполнив задание, отправьте на электронный адрес для проверки cil@apt29.ru, сохраните записи в тетради для сдачи.

Сегодня мы будем повторять темы **«Производная. Применение производной. Первообразная»** (экзаменационное задание №5 и экзаменационное задание №10). Все задания взяты из сборника (*Дорофеев Г.В. сборник заданий для проведения письменного экзамена за курс средней школы 11 класс*). Повторите теоретический материал по этим темам, посмотрите, как мы с вами решали задания в классе. Из всех заданий №5 и №10 по одному примеру будут выбраны на экзамене. Перечень заданий №5 и №10 ниже я вам предоставляю. Можете решать все. Готовьтесь к экзамену!

Итак, что от вас требуется к следующему уроку по расписанию.

1. В задании №5 всем решить **Производная: №1; №3**
Применение производной: №7; №10
Первообразная: №15; №20

Вам предложен справочный материал и образцы решения.

2. В задании №10 всем решить **Применение производной: №15; №20**
Вам предложены образцы решения.

Вы можете все образцы решений с заданиями переписать в тетрадь для себя. Для проверки обязательные номера выделяйте, чтоб они не сливались с переписанными.

Не забываем про требования по оформлению работы!!!

Выполните задание в рабочей тетради.

Подпишите дату, тему занятия и фамилию обязательно, чтобы было видно, что это ваша тетрадь.

15.05. Ф.И., № группы

Тема занятия: **«Производная. Применение производной. Первообразная».**

задание №5

№1; №3; №7; №10; №15; №20

задание №10

№15; №20

Нахождение производных.

Справочный материал.

Таблица производных.

$C' = 0$	$(x^2)' = 2x$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$x' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(kx + m)' = k$	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	

Образцы решения:

1. Найти производную функции

$$f(x) = x^3 + x^4;$$

Решение: $f'(x) = 3x^{3-1} + 4x^{4-1} = 3x^2 + 4x^3$

2. Найти производную функции

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2;$$

Решение: $f'(x) = 3 \cdot 3x^{3-1} - 2 \cdot 2x^{2-1} = 9x^2 - 4x.$

3. Найти производную функции

$$y = 3x^2 - 4x + 2.$$

Решение:

$$y' = (3x^2 - 4x + 2)' = (3x^2)' + (-4x + 2)' = 3(x^2)' + (-4) = 3 \cdot 2x - 4 = 6x - 4$$

4. Найти производную функции $f(x) = \operatorname{tg} x - 2\sin x$ в точке $x = -\frac{\pi}{4}$

Решение:

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2\cos x; \quad f'(-\pi/4) = \frac{1}{(\sqrt{2}/2)^2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

Применение производной.

Геометрический и механический смысл производной.

Образцы решения:

Вариант 38(5)

Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 0,5t^2 + 3t + 4$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

Решение:

$$\begin{aligned} 5. S &= 0,5t^2 + 3t + 4 \text{ (м)}; \\ v(t) &= S'(t); S'(t) = t + 3, v(2) = S'(2) = 5 \text{ (м/с)}. \\ \text{Ответ: } &5 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Вариант 46(5)

Дана функция $f(x) = 5x^2 - 12x + 1$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 3.

Решение:

$$\begin{aligned} 5. f(x) &= 5x^2 - 12x + 1; f'(x) = 10x - 12; k = f'(x_0) = 3; 10x_0 - 12 = 3; \\ x_0 &= 1,5; f(x_0) = -5,75. \text{ Ответ: } (1,5; -5,75). \end{aligned}$$

Нахождение промежутков возрастания и убывания, точек экстремума.

Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции: $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + 5$

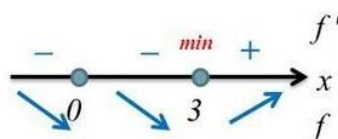
Решение:

$$f'(x) = 8x^3 - 24x^2$$

$$8x^3 - 24x^2 = 0 \quad x^3 - 3x^2 = 0$$

$$x^2(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$$



$$y_{\min} = f(3) = 2 \cdot 3^4 - 8 \cdot 3^3 + 5 = -49$$

Ответ: функция возрастает при $x \in (3; +\infty)$

функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 3)$

$x = 3$ точка минимума

Уравнение касательной.

Общий вид уравнения касательной

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Составить уравнение касательной к параболе $y = x^2 + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$. **Решение** (по алгоритму).

1) Найдём значение функции в точке $x_0 = 1$:

$$y(x_0) = y(1) = 1^2 + 2 = 3.$$

2) Найдём производную функции $y' = (x^2 + 1)' = 2x$ и значение производной в точке $x_0 = 1$: $y'(x_0) = y'(1) = 2 \cdot 1 = 2$.

3) Подставим в уравнение касательной

$$x_0 = 1; \quad k = y'(x_0) = 2 \quad \text{и} \quad y(x_0) = 3:$$

$$y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y(x_0);$$

$$y = 2(x - 1) + 3; \quad y = 2x - 2 + 3; \quad \boxed{y = 2x + 1}.$$

Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

№ 1

Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1$ на отрезке $[-2; 0]$.

Решение

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6;$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0;$$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = 2. \quad -1 \in [-2; 0]; \quad 2 \notin [-2; 0]$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 1,5(-1)^2 - 6(-1) + 1 = \underline{4,5};$$

$$f(-2) = (-2)^3 - 1,5(-2)^2 - 6(-2) + 1 = \underline{-1};$$

$$f(0) = 0^3 - 1,5 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 + 1 = \underline{1};$$

$$\max_{[-2; 0]} f(x) = f(-1) = 4,5; \quad \min_{[-2; 0]} f(x) = f(-2) = -1;$$

Первообразная.

Справочный материал.

Таблица первообразных.

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$kf(x)$	$kF(x)$	e^x	e^x
$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a}$
C	Cx	$\sin x$	$-\cos x$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $		

Образцы решения:

1. Найдите все первообразные функции $f(x) = 3x^4 - 1$.

Решение:

$$F(x) = 3 \frac{x^5}{5} - 1 \cdot x + c$$

$$F(x) = \frac{3x^5}{5} - x + c$$

$$\text{Ответ: } F(x) = \frac{3x^5}{5} - x + c$$

2. Вариант 36 (5)

Найдите первообразную функции $f(x) = x - 2x^3$, график которой пересекает ось ординат в точке (0;3).

Решение:

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - 2 \frac{x^4}{4} + C;$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{2} + C.$$

$$3 = \frac{0}{2} - \frac{0}{2} + C;$$

$$C = 3.$$

$$\text{Ответ: } \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{2} + 3$$

Экзаменационные задания.

Задание №5

1. Найдите производную функции

$$f(x) = 2x^2 + \operatorname{tg} x.$$

2. Найдите значение производной функции

$$f(x) = 4 \sin x - \cos x \quad \text{при } x = -\frac{\pi}{4}.$$

3. Найдите значение производной функции

$$f(x) = 3x + \sqrt{x} \quad \text{при } x = 16.$$

4. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 9x.$$

5. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = -x^3 + x^2 + 8x.$$

6. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 2x^3 + 9x^2 - 24x.$$

7. Найдите точки экстремума

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2.$$

8. Найдите точки экстремума

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 3.$$

9. Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = t + 0,5t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

10. Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 12t - 3t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

11. Тело движется по прямой так, что расстояние S до него от некоторой точки A этой прямой изменяется по закону $S = 4 + 3t - 0,5t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

12. Дана функция $f(x) = 2x^2 - x + 1$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 7.

13. Дана функция $f(x) = 5 + 4x - 3x^2$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен -5.

14. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3x^3 + 2x - 5$ в его точке с абсциссой $x = 2$.

15. Найдите все первообразные

$$f(x) = x^4 + 3x$$

16. Найдите все первообразные

$$f(x) = x^5 - x^2.$$

17. Найдите все первообразные

$$f(x) = 2x + x^3.$$

18. Найдите все первообразные

$$f(x) = 4x - x^2.$$

19. Найдите первообразную функции $f(x) = 5x + x^2$, график которой проходит через точку $(0; 3)$.

20. Найдите первообразную функции $f(x) = 4 - x^2$, график которой проходит через точку $(-3; 10)$.

21. Является ли функция $F(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ первообразной функции $f(x) = 4x^3 - x^2 + x$?

Задание №10

Применение производной:

11. Найдите значение производной функции $y = \sqrt{2x + 5}$ в точке $x_0 = 2$.

12. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x - 3x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

13. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2 - \frac{x}{2} - x^2$ в точке пересечения его с осью ординат.

14. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = \pi$.

15. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{x}$ в точке графика с ординатой 2.

16. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[4; 5]$.

17. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$ на отрезке $[2; 3]$.

18. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ на отрезке $[-1; 2]$.

19. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$ на отрезке $[-2; 2]$.

20. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке $[-2; 1]$.