**14.05 – гр. 27**

**Продолжаем выполнять задание от 08.05**



**Тема: Элементы комбинаторики. (Рассчитана на 4 часа 08.05 + еще 1 пара)**

**Задание**

**1. Изучить теорию**

**2. Составить опорный конспект**

**Практическая часть**

**3. Подобрать по одной задаче с решением по каждой формуле (6 задач)**

****

 **ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ ПО РАЗДЕЛУ "КОМБИНАТОРИКА"**

**КОМБИНАТОРИКА**

Комбинаторика – раздел математики, который изучает задачи выбора и расположения элементов из некоторого основного множества в соответствии с заданными правилами. Формулы и  принципы  комбинаторики  используются  в  теории  вероятностей для подсчета  вероятности  случайных  событий и,  соответственно, получения законов распределения случайных величин. Это,  в  свою  очередь,  позволяет  исследовать  закономерности массовых случайных явлений, что является весьма важным для правильного понимания  статистических  закономерностей, проявляющихся в природе и технике.

**Правила сложения и умножения в комбинаторике**

***Правило суммы.***  Если два действия А и В взаимно исключают друг друга, причем действие А можно выполнить m способами, а В – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо А, либо В) можно n + m  способами.

**Пример 1.**

В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить одного дежурного?

*Решение*

Дежурным можно назначить либо мальчика, либо девочку, т.е. дежурным может быть любой из 16 мальчиков, либо любая из 10 девочек.

По правилу суммы получаем, что одного дежурного можно назначить 16+10=26 способами.

***Правило произведения.***  Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить n1 способами, второе действие n2 способами, третье – n3 способами и так до k-го действия, которое можно выполнить nk  способами, то все k действий вместе могут быть выполнены:



способами.

**Пример 2.**

В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить двух дежурных?

*Решение*

Первым дежурным можно назначить либо мальчика, либо девочку. Т.к. в классе учится 16 мальчиков и 10 девочек, то назначить первого дежурного можно 16+10=26 способами.

После того, как мы выбрали первого дежурного, второго мы можем выбрать из оставшихся 25 человек, т.е. 25-ю способами.

По теореме умножения двое дежурных могут быть выбраны 26\*25=650 способами.

 **Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями**

Классической задачей комбинаторики является задача о числе сочетаний без повторений, содержание которой можно выразить вопросом: *сколькими* *способами* *можно* *выбрать* *m из* *n различных предметов?*

**

**Запишите определение факториала.**

**Пример 3.**

Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся различных книг. Сколькими способами можно это сделать?

*Решение*

Нам из 10 книг нужно выбрать 4, причем порядок выбора не имеет значения. Таким образом, нужно найти число сочетаний из 10 элементов по 4:

.

Рассмотрим задачу о числе сочетаний с повторениями: имеется по r одинаковых предметов каждого из n различных типов; *сколькими* *способами* *можно* *выбрать* *m () из* *этих* *(n\*r) предметов?*

**.

**Пример 4.**

В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: наполеоны, эклеры, песочные и слоеные. Сколькими способами можно купить 7 пирожных?

*Решение*

Т.к. среди 7 пирожных могут быть пирожные одного сорта, то число способов, которыми можно купить 7 пирожных, определяется числом сочетаний с повторениями из 7 по 4.

.

 **Размещения без повторений.** **Размещения с повторениями**

Классической задачей комбинаторики является задача о числе размещений без повторений, содержание которой можно выразить вопросом: *сколькими* *способами* *можно* *выбрать* *и* *разместить* *по* *m различным* *местам* *m из* *n различных* *предметов?*

****

**Пример 5.**

В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить четыре фотографии. Сколькими способами можно это сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

*Решение.*

В  данной  задаче мы не просто выбираем фотографии, а размещаем их на определенных страницах газеты, причем каждая страница газеты должна содержать не более одной фотографии. Таким  образом,  задача сводится к классической задаче об определении числа размещений без повторений из 12 элементов по 4 элемента:



Таким образом, 4 фотографии на 12 страницах можно расположить 11880 способами.

Также классической задачей комбинаторики является задача о числе размещений с повторениями, содержание которой можно выразить вопросом: *сколькими* *способами* *можно* *выбрать* *и* *разместить* *по* *m различным* *местам* *m из* *n предметов, среди* *которых* *есть* *одинаковые?*

**

**Пример 6.**

У мальчика остались от набора для настольной игры штампы с цифрами 1, 3 и 7. Он решил с помощью этих штампов нанести на все книги пятизначные номера– составить каталог. Сколько различных пятизначных номеров может составить мальчик?

*Решение*

Можно  считать,  что  опыт  состоит  в 5-кратном выборе  с возращением одной из 3 цифр (1, 3, 7). Таким образом,  число  пятизначных  номеров  определяется  числом  размещений с повторениями из 3 элементов по 5:

**.**

 **Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями**

Классической задачей комбинаторики является задача о числе перестановок без повторения, содержание которой можно выразить вопросом: *сколькими* *способами* *можно* *разместить* *n* *различных* *предметов* *на* *n различных* *местах?*

**

**Пример 7.**

Сколько можно составить четырехбуквенных «слов» из букв слова«брак»?

*Решение*

Генеральной  совокупностью  являются 4  буквы слова  «брак» (б, р, а, к). Число  «слов» определяется перестановками этих 4 букв, т. е.



Для случая, когда среди выбираемых n элементов есть одинаковые (выборка с возвращением), задачу о числе перестановок с повторениями можно выразить вопросом: сколькими способами можно переставить n предметов, расположенных на n различных местах, если среди n предметов имеются k различных типов (k < n), т. е. есть одинаковые предметы.



**Пример 8.**

Сколько разных буквосочетаний можно сделать из букв слова «Миссисипи»?

*Решение*

Здесь 1 буква  «м», 4 буквы «и», 3 буквы «c» и 1 буква  «п», всего 9 букв. Следовательно, число перестановок с повторениями равно



**Смотри ниже**



