

Уважаемые обучающиеся 7 группы!

18.05 у вас экзамен по математике!

Допущены будут только те, у кого не будет задолженностей по предмету.

Экзамен вы будете сдавать так же, как сейчас проходит обучение (в день экзамена в расписании на сайте будет выложено задание).

В день экзамена задания будут **доступны в 9.00 и **исчезнут** в 13.00. Все это время вы решаете. Вы должны отправить работы до 13.00. Максимум до 14.00. После этого времени работы не проверяются, т.е. вы считаетесь не сдавшими экзамен.**

На файле, который вы отправляете и в электронной почте, **в графе тема**, подписывайте **№ группы и фамилию**, чтобы было видно из какой группы и от кого пришло.

Выполнив задание, отправьте на электронный адрес для проверки cil@apt29.ru, сохраните записи в тетради для сдачи.

Сегодня мы будем повторять темы **«Производная. Применение производной. Первообразная»** (экзаменационное задание №5 и экзаменационное задание №10). Все задания взяты из сборника (*Дорофеев Г.В. сборник заданий для проведения письменного экзамена за курс средней школы 11 класс*). Повторите теоретический материал по этим темам, посмотрите, как мы с вами решали задания в классе. Из всех заданий №5 и №10 по одному примеру будут выбраны на экзамене. Перечень заданий №5 и №10 ниже я вам предоставляю. Можете решать все. Готовьтесь к экзамену!

Итак, что от вас требуется к следующему уроку по расписанию.

1. В задании №5 всем решить **Производная: №1; №3**
Применение производной: №7; №10
Первообразная: №15; №20

Вам предложен справочный материал и образцы решения.

2. В задании №10 всем решить **Применение производной: №15; №20**
Вам предложены образцы решения.

Вы можете все образцы решений с заданиями переписать в тетрадь для себя. Для проверки обязательные номера выделяйте, чтоб они не сливались с переписанными.

Не забываем про требования по оформлению работы!!!

Выполните задание в рабочей тетради.

Подпишите дату, **тему занятия** и фамилию обязательно, чтобы было видно, что это ваша тетрадь.

14.05. Ф.И., № группы

Тема занятия: **«Производная. Применение производной. Первообразная».**

задание №5

задание №10

№15; №20

Нахождение производных.

Справочный материал.

Таблица производных.

$C' = 0$	$(x^2)' = 2x$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$x' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(kx + m)' = k$	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	

Образцы решения:

1. Найти производную функции

$$f(x) = x^3 + x^4;$$

Решение: $f'(x) = 3x^{3-1} + 4x^{4-1} = 3x^2 + 4x^3$

2. Найти производную функции

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2;$$

Решение: $f'(x) = 3 \cdot 3x^{3-1} - 2 \cdot 2x^{2-1} = 9x^2 - 4x.$

3. Найти производную функции

$$y = 3x^2 - 4x + 2.$$

Решение:

$$y' = (3x^2 - 4x + 2)' = (3x^2)' + (-4x + 2)' = 3(x^2)' + (-4) = 3 \cdot 2x - 4 = 6x - 4$$

4. Найти производную функции
- $f(x) = \operatorname{tg} x - 2\sin x$
- в точке
- $x = -\frac{\pi}{4}$

Решение:

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2\cos x; \quad f'(-\pi/4) = \frac{1}{(\sqrt{2}/2)^2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

Применение производной.

Геометрический и механический смысл производной.

Образцы решения:

Вариант 38(5)

Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 0,5t^2 + 3t + 4$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

Решение:

$$\begin{aligned} 5. S &= 0,5t^2 + 3t + 4 \text{ (м)}; \\ v(t) &= S'(t); S'(t) = t + 3, v(2) = S'(2) = 5 \text{ (м/с)}. \\ \text{Ответ: } &5 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Вариант 46(5)

Дана функция $f(x) = 5x^2 - 12x + 1$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 3.

Решение:

$$\begin{aligned} 5. f(x) &= 5x^2 - 12x + 1; f'(x) = 10x - 12; k = f'(x_0) = 3; 10x_0 - 12 = 3; \\ x_0 &= 1,5; f(x_0) = -5,75. \text{ Ответ: } (1,5; -5,75). \end{aligned}$$

Нахождение промежутков возрастания и убывания, точек экстремума.

Найти промежутки монотонности и точки экстремума функции: $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + 5$

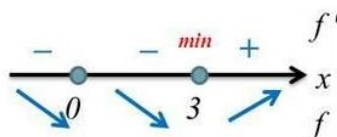
Решение:

$$f'(x) = 8x^3 - 24x^2$$

$$8x^3 - 24x^2 = 0 \quad x^3 - 3x^2 = 0$$

$$x^2(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$$



$$y_{\min} = f(3) = 2 \cdot 3^4 - 8 \cdot 3^3 + 5 = -49$$

Ответ: функция возрастает при $x \in (3; +\infty)$

функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 3)$

$x = 3$ точка минимума

Общий вид уравнения касательной

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Составить уравнение касательной к параболу $y = x^2 + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Решение (по алгоритму).

1) Найдём значение функции в точке $x_0 = 1$:

$$y(x_0) = y(1) = 1^2 + 2 = 3.$$

2) Найдём производную функции $y' = (x^2 + 1)' = 2x$ и значение производной в точке $x_0 = 1$: $y'(x_0) = y'(1) = 2 \cdot 1 = 2$.

3) Подставим в уравнение касательной

$$x_0 = 1; \quad k = y'(x_0) = 2 \quad \text{и} \quad y(x_0) = 3:$$

$$y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y(x_0);$$

$$y = 2(x - 1) + 3; \quad y = 2x - 2 + 3; \quad \boxed{y = 2x + 1}.$$

Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

№ 1 Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1$ на отрезке $[-2; 0]$.

Решение

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6;$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0;$$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = 2. \quad -1 \in [-2; 0]; \quad 2 \notin [-2; 0]$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 1,5(-1)^2 - 6(-1) + 1 = \underline{4,5};$$

$$f(-2) = (-2)^3 - 1,5(-2)^2 - 6(-2) + 1 = \underline{-1};$$

$$f(0) = 0^3 - 1,5 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 + 1 = \underline{1};$$

$$\max_{[-2; 0]} f(x) = f(-1) = 4,5; \quad \min_{[-2; 0]} f(x) = f(-2) = -1;$$

Первообразная.

Справочный материал.

Таблица первообразных.

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$kf(x)$	$kF(x)$	e^x	e^x
$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a}$
C	Cx	$\sin x$	$-\cos x$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $		

Образцы решения:

1. Найдите все первообразные функции $f(x) = 3x^4 - 1$.

Решение:

$$F(x) = 3 \frac{x^5}{5} - 1 \cdot x + c$$

$$F(x) = \frac{3x^5}{5} - x + c$$

$$\text{Ответ: } F(x) = \frac{3x^5}{5} - x + c$$

2. Вариант 36 (5)

Найдите первообразную функции $f(x) = x - 2x^3$, график которой пересекает ось ординат в точке (0;3).

Решение:

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - 2 \frac{x^4}{4} + C;$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{2} + C.$$

$$3 = \frac{0}{2} - \frac{0}{2} + C;$$

$$C = 3.$$

$$\text{Ответ: } \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{2} + 3$$

Экзаменационные задания.

Задание №5

1. Найдите производную функции

$$f(x) = 2x^2 + \operatorname{tg} x.$$

2. Найдите значение производной функции

$$f(x) = 4 \sin x - \cos x \quad \text{при } x = -\frac{\pi}{4}.$$

3. Найдите значение производной функции

$$f(x) = 3x + \sqrt{x} \text{ при } x = 16.$$

4. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 9x.$$

5. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = -x^3 + x^2 + 8x.$$

6. Найдите промежутки убывания функции

$$y = 2x^3 + 9x^2 - 24x.$$

7. Найдите точки экстремума

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2.$$

8. Найдите точки экстремума

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 3.$$

9. Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = t + 0,5t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

10. Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 12t - 3t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

11. Тело движется по прямой так, что расстояние S до него от некоторой точки A этой прямой изменяется по закону $S = 4 + 3t - 0,5t^2$ (м), где t – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

12. Дана функция $f(x) = 2x^2 - x + 1$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 7.

13. Дана функция $f(x) = 5 + 4x - 3x^2$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен -5.

14. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3x^3 + 2x - 5$ в его точке с абсциссой $x = 2$.

15. Найдите все первообразные

$$f(x) = x^4 + 3x$$

16. Найдите все первообразные

$$f(x) = x^5 - x^2.$$

17. Найдите все первообразные

$$f(x) = 2x + x^3.$$

18. Найдите все первообразные

$$f(x) = 4x - x^2.$$

19. Найдите первообразную функции $f(x) = 5x + x^2$, график которой проходит через точку $(0; 3)$.

20. Найдите первообразную функции $f(x) = 4 - x^2$, график которой проходит через точку $(-3; 10)$.

21. Является ли функция $F(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ первообразной функции $f(x) = 4x^3 - x^2 + x$?

Задание №10

Применение производной:

11. Найдите значение производной функции $y = \sqrt{2x + 5}$ в точке $x_0 = 2$.

12. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x - 3x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

13. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2 - \frac{x}{2} - x^2$ в точке пересечения его с осью ординат.

14. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = \pi$.

15. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{x}$ в точке графика с ординатой 2.

16. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[4; 5]$.

17. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$ на отрезке $[2;3]$.
18. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ на отрезке $[-1;2]$.
19. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$ на отрезке $[-2;2]$.
20. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке $[-2;1]$.