

Учебник: Алгебра и начала математического анализа 10-11
Авторы: Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин...

Тема: Уравнение касательной. (п.48, страница 251)

Справочный материал:

Формула: $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ — уравнение касательной

к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 ,

x_0 — абсцисса точки касания,

$f'(x)$ — производная функции $y = f(x)$,

$f(x_0)$ — значение функции в точке x_0 ,

$f'(x_0)$ — значение производной

функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

План составления уравнения касательной.

- 1) Найти $f(x_0)$, т.е. подставить x_0 в уравнение $y = f(x)$ и найти y ;
- 2) Найти $f'(x)$, т.е. найти производную данной функции $y = f(x)$;
- 3) Найти $f'(x_0)$, т.е. подставить x_0 в полученную производную;
- 4) Подставить x_0 , $f(x_0)$, $f'(x_0)$ в формулу уравнения касательной;
- 5) Упростить полученное выражение.

Пример с пояснениями:

Написать уравнение касательной к графику функции $y = x^2 + 2x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$

т.е. в условии дано $f(x) = x^2 + 2x - 1$ и $x_0 = 1$

1) Подставить 1 в выражение $f(x) = x^2 + 2x - 1$ вместо x

т.е. $f(x_0) = f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 - 1 = 1 + 2 - 1 = 2$;

2) $f'(x) = (x^2 + 2x - 1)' = 2x^{2-1} + 2 - 0 = 2x + 2$;

3) Подставить 1 в выражение $f'(x) = 2x + 2$ вместо x

т.е. $f'(x_0) = f'(1) = 2 \cdot 1 + 2 = 4$;

4) Подставить $f(x_0) = 2$, $f'(x_0) = 4$ и $x_0 = 1$ в формулу уравнения касательной
 $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

т.е. $y = 2 + 4 \cdot (x - 1)$

5) Раскрыть скобки и упростить

т.е. $y = 2 + 4 \cdot (x - 1) = 2 + 4x - 4 = 4x - 2$;

Ответ: $y = 4x - 2$.

Пример с образцом оформления задания:

Написать уравнение касательной к графику функции $y = \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{2}$

1) $f(x_0) = f(\frac{\pi}{2}) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$;

$$2) f'(x) = (\sin x)' = \cos x;$$

$$3) f'(x_0) = f'(\frac{\pi}{2}) = \cos \frac{\pi}{2} = 0;$$

$$4) y = 1 + 0 \cdot (x - \frac{\pi}{2})$$

$$5) y = 1 + 0 = 1$$

Ответ: $y = 1$.

Упражнения:

Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 :

$$1) y = x^2 + 4x + 4, \quad x_0 = 2$$

$$2) y = \cos x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

Ответы:

$$1) y = 0$$

$$2) y = -x + \frac{\pi}{2}$$