Учебник: Алгебра и начала математического анализа 10-11
Авторы: Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин...

Тема:

Логарифмические неравенства.

(п. 20, страница 109)

общий вид

$$\log_a U > \log_a V$$

основания

подлогарифмические выражения

метод решения

$$\log_a U > \log_a V$$

*если **основания** равны, и*

$$0 < a < 1$$

то

$$U < V$$

$$a > 1$$

то

$$U > V$$

при этом $U > 0$ *и* $V > 0$

Пример.

$\log_5(6x-2) < \log_5 4$

__Внимание!__

__Необходима__

__область определения!__

т.к. 5=5, и $5>1$, то

$6x-2<4$

$6x<6$

$x<1$

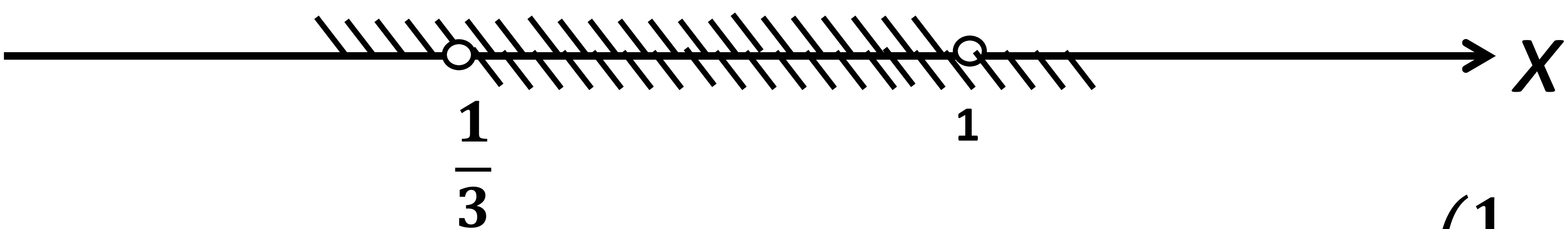
Область определения:

$\mathbf{6x-2}>0$

$6x>2$

$x>\frac{1}{3}$

Изобразим два интервала на одной числовой оси.



Ответ: $\boldsymbol{x \in \left(\frac{1}{3};1\right)}$

Упражнения.

Решить неравенства:

$$\log_{0,1} 6x \geq \log_{0,1}(4x+8)$$

$$\log_7(3x-6) < \log_7(x-8)$$

$$\lg(x-8) > \lg(2-9x)$$

$$\log_{0,4} x \leq \log_{0,4}(6-x)$$

$$\log_{2,1}(-3x-10) > \log_{2,1} 7x$$

$$\log_5(7-x) \leq 2$$

Проверьте правильность решения и оформления первых двух неравенств, используя приведённые образцы. Остальные решите самостоятельно.

Образец решения.

Пример 1.

$$\log_{0,1} 6x \geq \log_{0,1}(4x+8)$$

т.к. $0,1=0,1$ и $0,1 < 1$, то

$$6x \leq 4x + 8$$

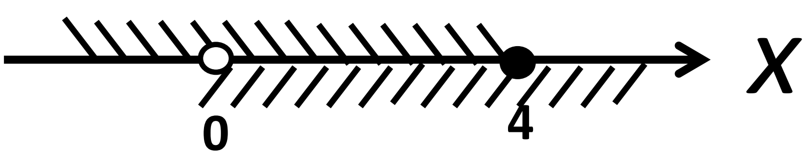
$$2x \leq 8$$

$$x \leq 4$$

Область определения:

$$\begin{cases} \mathbf{6x} > 0 \\ \mathbf{4x+8} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x > -2 \end{cases}$$

т.е. $x > 0$



Ответ: $x \in (0; 4]$

Пример 2.

$$\log_7(3x-6) < \log_7(x-8)$$

т.к. $7=7$, и $7 > 1$, то

$$3x - 6 < x - 8$$

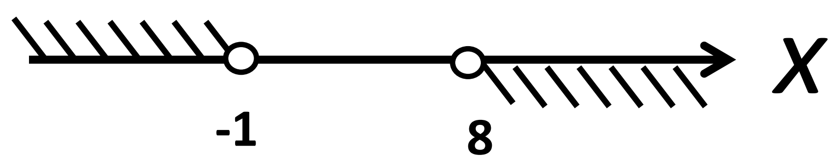
$$2x < -2$$

$$x < -1$$

Область определения:

$$\begin{cases} \mathbf{3x-6} > 0 \\ \mathbf{x-8} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x > 6 \\ x > 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x > 8 \end{cases}$$

т.е. $x > 8$



Ответ: решений нет