Учебник: Алгебра и начала математического анализа 10-11
Авторы: Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин...

Тема:

Логарифмические уравнения.

(п. 19, страница 105)

общий вид

$$\log_a U = \log_a V$$

основания

подлогарифмические выражения

метод решения

$$\log_a U = \log_a V$$

т.к. основания равны, то

$$U = V$$

при этом $U > 0$ ***и*** $V > 0$

Пример.

$$\log_5(6x-2)=\log_5 4$$

т.к. 5=5, то

$$6x-2=4$$
$$6x=6$$
$$x=1$$

Внимание!

Необходима проверка!

Для этого можно:

или

найти область определения и убедиться, что решение принадлежит области определения.

Область определения:

$$\mathbf{6x-2}>0$$
$$6x>2$$
$$x>\frac{1}{3}$$

Т.к. $1>\frac{1}{3}$, то

$x=1$ – корень уравнения.

подставить решение в исходное уравнение и убедиться, что подлогарифмические выражения положительны.

Подставить $x=1$ в выражение $\mathbf{6x-2}$ и определить знак.

$$6\cdot 1-2=6-2=4, \qquad 4>0.$$

Значит, $x=1$ – корень уравнения.

Ответ: $\boldsymbol{x=1}$

Упражнения.

Решить уравнения:

$$\log_{51} 6x = \log_{51}(4x + 8)$$

$$\log_7(3x - 6) = \log_7(x - 8)$$

$$\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$$

$$\log_4(x^2) = \log_4(6 - x)$$

$$\log_2(x^2 - 3x - 10) = 3$$

$$\log_5(7 - x) = 2$$

Проверьте правильность решения и оформления, используя приведённые образцы.

Образец решения.

Пример 1.

$$\log_{51} 6x = \log_{51}(4x+8)$$

т.к. 51=51, то

$$6x = 4x + 8$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Проверка.

$6x = 6 \cdot 4 = 24, \qquad 24 > 0$

$4x + 8 = 4 \cdot 4 + 8 = 24, \ 24 > 0$

Ответ: $x = 4$

Пример 2.

$$\log_7(3x-6) = \log_7(x-8)$$

т.к. 7=7, то

$$3x - 6 = x - 8$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Проверка.

Область определения:

$\begin{cases} \mathbf{3x - 6} > 0 \\ \mathbf{x - 8} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x > 6 \\ x > 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x > 8 \end{cases}$

т.е. $x > 8$

Т.к. $-1 < 8$,

то $x = -1$ не корень уравнения

Ответ: корней нет

Образец решения.

Пример 3.

$$\lg(x^2-8)=\lg(2-9x)$$

т.к. 10=10, то

$$x^2-8=2-9x$$

$$x^2+9x-10=0$$

$$x_1=-10, \qquad x_2=1$$

Проверка.

$$x=-10$$

$x^2-8=(-10)^2-8=92,\ \ 92>0.$

$2-9x=2-9\cdot(-10)=92,\ \ 92>0$

$$x=1$$

$x^2-8=1^2-8=-7,\ \ -7<0$

$x=1$ не корень уравнения

Ответ: $x=-10$

Пример 4.

$$\log_4(x^2)=\log_4(6-x)$$

т.к. 4=4, то

$$x^2=6-x$$

$$x^2+x-6=0$$

$$x_1=-3, \qquad x_2=2$$

Проверка.

Область определения:

$$\begin{cases} x^2>0 \\ 6-x>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x\neq 0 \\ x<6 \end{cases}$$

т.е. $x\in(-\infty;0)\cup(0;6)$

$-3\in(-\infty;0)\cup(0;6)$

$2\in(-\infty;0)\cup(0;6)$

Ответ: $x_1=-3, \quad x_2=2$

Образец решения.

Пример 5.

$$\log_2(x^2-3x-10)=3$$

$$\log_2(x^2-3x-10)=\log_2 2^3$$

т.к. 2=2, то

$$x^2-3x-10=2^3$$

$$x^2-3x-18=0$$

$$x_1=6, \qquad x_2=-3$$

Проверка.

$$x=6$$

$x^2-3x-10=6^2-3\cdot 6-10=8,$

$8>0.$

$$x=-3$$

$x^2-3x-10=$

$=(-3)^2-3\cdot(-3)-10=8, \quad 8>0.$

Ответ: $x_1=6, \quad x_2=-3.$

Пример 6.

$$\log_5(7-x)=2$$

$$\log_5(7-x)=\log_5 5^2$$

т.к. 5=5, то

$$7-x=5^2$$

$$7-x=25$$

$$x=-18$$

Проверка.

Область определения:

$$7-x>0$$

$$x<7$$

т.к. $-18<7,$

то $x=-18$ корень уравнения

Ответ: $x=-18.$